

Barbara SIEŃKO

Obliczanie stopy procentowej z uwzględnieniem zmienności stóp podokresów

Globalizacja gospodarki światowej powoduje przyspieszenie zachodzących procesów ekonomicznych i wzrost powiązań pomiędzy różnymi obszarami. Rośnie zapotrzebowanie na informacje ekonomiczne dotyczące gospodarki poszczególnych krajów. Obiektywność ocen procesów ekonomicznych wyrażonych wartościowo oraz trafność decyzji podejmowanych na ich podstawie zależą w dużym stopniu od doboru metod badawczych i jakości przetwarzanych danych.

Porównywanie efektów procesów ekonomicznych w tym samym momencie jest możliwe w wartościach nominalnych, czyli wyrażonych w cenach bieżących, ponieważ wówczas nie musimy uwzględniać ruchu cen. Analiza procesów w czasie nasuwa pytanie o to, w jakim stopniu na dany proces wpłynęły decyzje zarządcze, a w jakim zmiany na rynku i w gospodarce związane ze zmianą siły nabywczej pieniądza? Osiągane efekty zależą od działania różnych czynników, które dla danego procesu możemy ocenić jako sprzyjające i niesprzyjające. Zazwyczaj do niesprzyjających zalicza się wpływ inflacji, powodującej wzrost poziomu cen i spadek siły nabywczej pieniądza. W przeliczeniach wartości nominalnych na realne uwzględnia się zwykle podstawowe stopy inflacji U_t .

W teorii ekonomii spotyka się kilkadziesiąt definicji inflacji i jeżeli przyjąć za Marianem Nogą ogólną definicję inflacji jako wzrostu poziomu cen, należy także mieć na uwadze problemy z tym związane (Noga, 2000).

Zarówno stopy procentowe SP , jak i stopy inflacji U mają istotne znaczenie w dokonywanych przeliczeniach, szczególnie dotyczy to ich różnicy S :

$$S = SP - U \quad (1)$$

Wprowadzenie tej różnicy do przeliczeń dotyczących przepływów pieniężnych, a więc nie tylko do PKB, ale także przepływów finansowych, takich jak: kapitalizacja, finanse przedsiębiorstw, gmin, płac, importu i eksportu itd., pozwala na porównywanie ich w czasie. Stopie procentowej, jako najważniejszej cesze związanej z przepływami na rynku finansowym, poświęcony jest rozdział w książce Krzysztofa Jajugi (2007), gdzie, jak podaje autor, realną stopę dochodu w praktyce można wyznaczać także na podstawie wzoru: $r_{re} \approx r - r_i$, przy czym: r_{re} — realna stopa dochodu, r — nominalna stopa dochodu, r_i — stopa inflacji.

METODY PRZELICZANIA WARTOŚCI ORAZ STÓP WZROSTU I WSKAŹNIKÓW DYNAMIKI Z WYRAŻENIA NOMINALNEGO NA REALNE

Istotnym aspektem analizy procesów ekonomicznych jest ocena ich dynamiki. W teorii ekonomii analiza dynamiki ma na celu ustalenie kierunku, tempa i intensywności zachodzących zmian. W celu dokonania tych ustaleń wykorzystuje się mierniki dynamiki, które ukazują zmiany poziomu badanego zjawiska w różnych okresach w stosunku do poziomu przyjętego za podstawę. Analizując wielkości skokowe, czyli skumulowane zazwyczaj w okresach miesięcznych, kwartalnych lub rocznych, wyróżnia się dwa rodzaje miar dynamiki — przyrosty zjawiska i indeksy dynamiki.

Przyrosty zjawiska mogą przyjąć wielkość przyrostu absolutnego, mianowanego zazwyczaj w określonej walucie, lub przyrostu względnego wyrażonego w procentach. Procentowy przyrost względny nazywany jest tempem zmian zjawiska. O tempie przyrostu/spadku można mówić tylko wtedy, gdy przyrost/spadek jest jednostajny. Tempo zmian informuje, o ile punktów procentowych przyrost/spadek natężenia zjawiska był wyższy/niższy aniżeli w okresie podstawowym (przy założeniu jednostajności owego wzrostu/spadku w badanym okresie). Wyróżniamy tempo zmian jednopodstawowe, o stałej podstawie i łańcuchowe, o zmiennej podstawie.

Indeksy dynamiki informują natomiast, jaki procent poziomu zjawiska z okresu podstawowego stanowi poziom zjawiska z okresu badanego. Są wyrażane w procentach i także mogą być jednopodstawowe lub łańcuchowe (Nowak, 2005; Sierpińska, Jachna, 2004).

Jak już wspomniano, analiza zmian dynamiki ma na celu ustalenie kierunku, tempa i intensywności zmian. Podane miary dynamiki nie są w stanie sprostać

wszystkim tym wymogom. Mierniki dynamiki ukazują zmiany poziomu badanego zjawiska w stosunku do poziomu przyjętego za podstawę w sposób skokowy i nie dają możliwości ustalenia intensywności zmian w czasie. Szczególnie nie dają one odpowiedzi na pytanie, jak przebiegał mechanizm zmian w badanym okresie. Inną propozycję definiowania pojęcia dynamiki przedstawiła E. B. Sieńko (2008), która określiła ją jako zmianę szybkości procesu na ściśle określonej drodze.

Stopę procentową można rozumieć różnie i rozmaicie ją traktować. W przepływach finansowych może być ona nagrodą za inwestycje i zależeć od czasu oraz ryzyka. Wówczas składać się ona będzie z czterech elementów: stopy inflacji, realnej stopy procentowej, premii płynności i premii za ryzyko (Jajuga, 2007). Takie podejście prowadzi do jakościowej analizy jej składników i pozwala na lepsze zrozumienie poszczególnych wpływów na mechanizm zmian jej poziomu.

Stopę procentową, przyjmowaną jako miara dynamiki, obliczamy ze wzoru:

$$SP = \frac{(M_t - M_{t-1}) \times 100}{M_{t-1}} = \left[\frac{M_t}{M_{t-1}} - 1 \right] \cdot 100 \quad (2)$$

gdzie:

M_t — wartość miary zjawiska w czasie t ,

M_{t-1} — wartość miary zjawiska w czasie $t-1$, czyli wartość skokowa zjawiska z okresu poprzedniego.

Koniecznym warunkiem porównywalności wyników jest, by okresy pomiędzy t i $t-1$, czyli Δt , były sobie równe. W zależności od badanego okresu należy wyróżnić stopę procentową roczną, kwartalną, miesięczną itd. Należy pamiętać, że wartości SP istotnie zależą od badanego okresu.

Równanie SP wyprowadza się z następującej proporcji:

$$\frac{M_t - M_{t-1}}{M_{t-1}} = \frac{100}{SP} \quad (3)$$

Wynika z niej, że pomiędzy przyrostem lub spadkiem $M_t - M_{t-1}$ a wartością bazową M_{t-1} , przyjętą jako 100%, występuje zależność liniowa. Jest to nieuprawnione, ponieważ zmienność zjawiska od poziomu M_{t-1} do poziomu M_t może mieć różną postać.

W artykule przyjęto, że inflacja to wzrost poziomu cen. Do jej ustalenia powszechnie wykorzystywane są indeksy cenowe Laspeyresa (U_L), Paasche'ego (U_P) i Fishera (U_F). Indeks cenowy Laspeyresa można obliczyć według wzoru:

$$U_L = \left[\frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t} \cdot Q_{i,0}}{\sum_{i=1}^n P_{i,0} \cdot Q_{i,0}} - 1 \right] \cdot 100 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n P_{i,t} \cdot Q_{i,0} - \sum_{i=1}^n P_{i,0} \cdot Q_{i,0} \right) \cdot 100}{\sum_{i=1}^n P_{i,0} \cdot Q_{i,0}} \quad (4)$$

gdzie:

$P_{i,t}$ — cena i -tego dobra z koszyka w okresie badanym,

$P_{i,0}$ — cena i -tego dobra z koszyka w okresie bazowym,

$Q_{i,0}$ — ilość i -tego dobra z koszyka w okresie bazowym, $i = 1, 2, \dots$,

n — ilość dóbr w koszyku.

Indeks Paasche'ego różni się od Laspeyresa wprowadzeniem zamiast $Q_{i,0}$ wielkości $Q_{i,t}$, czyli wag, którymi jest ilość danego dobra pochodząca z okresu badanego. Indeks Fishera to $U_F = \sqrt{U_L \times U_P}$ (Nowak, 2005).

Do dalszych przeliczeń przyjęto wzór Laspeyresa, ponieważ chcemy uchwycić głównie ruch cen, a nie badamy zachowań ludzi z punktu widzenia zmiany modelu konsumpcji.

Jeśli przyjąć, że:

$$A = \sum_{i=1}^n P_{i,0} \times Q_{i,0} \quad (5)$$

oraz

$$B_t = \sum_{i=1}^n P_{i,t} \times Q_{i,0} \quad (6)$$

to równanie (3) wyprowadza się z proporcji:

$$\frac{A}{B_t - A} = \frac{100}{U_L} \quad (7)$$

Przyjęto zatem istnienie liniowej zależności pomiędzy $A = 100\%$ a $B_t - A = U_L\%$, co nie ma uzasadnienia. Stopy inflacji są zmienne. Wartość B_t można nazwać zagregowaną wagą w jednostkach pieniężnych w czasie t , natomiast A — zagregowaną wagą w czasie bazowym $t = 0$. Waga B_t informuje np., ile złotych trzeba wydać na określone zakupy w miejsce każdych 100 zł w okresie bazowym A , przy stałych U_L . Jeśli np. $U_L = 5\% = \text{constans}$, to mnożnik $1 + \frac{U_L}{100}$ wynosi 1,05.

Każda następna wartość powstaje przez pomnożenie poprzedniej przez 1,05, podobnie też każda wartość B_t i A_t .

Jeśli $U_L = SP = 5\%$, to narastanie poszczególnych wartości pod wpływem inflacji będzie takie samo, jak pod wpływem SP . Wynika z tego wniosek, że gdy $SP = U_L$, wówczas wartości realne $B_t = A$ dla każdego t . Wnioskujemy o tym z ogólnego wzoru przeliczania wartości nominalnych na realne przy uwzględnieniu stopy wzrostu i stopy inflacji.

Wychodząc z podanego przez M. Nogę wzoru przeliczania PNB_n nominalnego na PNB_r realny otrzymujemy równanie o postaci:

$$PNB_r = \frac{PNB_n}{D} \quad (8)$$

gdzie D — deflator w roku badanym B w stosunku do roku bazowego A , równy $1 + \frac{U_B}{U_A}$, w tym U_B do U_A to stopa inflacji w roku aktualnym B w stosunku do roku bazowego A , czyli w roku badanym U_B i podobnie w roku bazowym U_A jest *constans*. Co jednak nie jest prawdą. Z równania (8) można wyprowadzić proporcję:

$\frac{U_A}{U_B} = \frac{PNB_r}{PNB_n - PNB_r}$, z której wynika, że po jego obydwu stronach przyjęto zależności liniowe.

Inflacja wyrażona poprzez stopę inflacji wpływa na zmienność M_t — wartość miar badanego zjawiska, ujęte w pieniądzu — analogicznie jak stopa procentowa. Jeżeli U jest stałe w określonym przedziale czasu, to mechanizm zmian opisuje się deflatorem $D = 1 + \frac{U}{100}$ w postaci:

$$M_t = M_A \cdot D = M_A \left(1 + \frac{U}{100} \right) \quad (9)$$

gdzie M_A — końcowa wartość M_t z okresu bazowego.

Jednocześnie możemy tę zmienność wyrazić w procentach π , przy stałym U , czyli:

$$\pi = 100 \left(1 + \frac{U}{100} \right) \quad (10)$$

gdzie $M_A = 100$.

Przyjęto, że wartość realna M_r powstaje przez odjęcie, od wszystkich innych wpływów na wartość nominalną M_b , wpływu inflacyjnego i obliczenie jej wzrostów lub spadków w stosunku do realnych wartości bazowych (zgodnie ze wzorem (11)). Stopa procentowa jest wypadkową wszystkich wpływów, korzystnych i niekorzystnych, w tym inflacji. Wartości realne powstają więc przez odjęcie stopy inflacji z okresu nominalnego. Stopa inflacji z okresu bazowego nie jest potrzebna, jeżeli przyjmiemy, że w skali procentowej π realna wartość końcowa z okresu bazowego wynosi 100%.

Podane rozwiązania odnoszą się zarówno do stałych stóp procentowych i stopy inflacji oraz gdy są one zmienne. W sytuacji stałych stóp procentowych

i stopy inflacji, szereg wartości realnych M_r w danym okresie otrzymuje się ze wzoru:

$$M_r = M_A \left(1 + \frac{SP - U}{100} \right) \quad (11)$$

Natomiast indeks zmian w skali procentowej obliczamy ze wzoru:

$$\pi = 100 \left(1 + \frac{SP - U}{100} \right) \quad (12)$$

W przypadkach zmiennych stóp procentowych i stóp inflacji w czasie, równania opisujące przybierają postać:

$$M_{(r)t} = M_{At} \left(1 + \frac{SP_t - U_t}{100} \right) \quad (13)$$

$$M_{Ai} = \left(1 + \frac{SP_i}{100} \right) \cdot M_{A(i-1)} \quad i = 1, 2, \dots, t$$

gdzie:

i — numeruje kolejne okresy, w których SP_i i U_i były stałe,
 M_{Ai} — wartość M_r przyjęta w danym okresie za bazową.

W skali procentowej π przeliczeń można dokonać według wzoru:

$$\pi_r = 100 + SP_i - U_i \quad (14)$$

zakłada się przy tym, że $M_A = 100$

Wartość M_t w szeregach czasowych rośnie na skutek zwiększenia sprawności ekonomicznej oraz wpływu inflacji. Aby ocenić sprawność postępowania, zmienność mierzona stopą procentową wzrostu lub spadku SP musi być pomniejszona o wpływ stopy inflacji.

Ponieważ S zapisane wzorem (1) jest różnicą pomiędzy stopą procentową i wskaźnikiem inflacji, stąd wartości realne w szeregach czasowych oblicza się mnożąc wartości nominalne przez $1 + \frac{S}{100}$.

Konkretne wnioski zależą od tego, czy wartość S jest większa, równa czy mniejsza od zera. Jeżeli w badanym okresie stopy procentowe są stałe, wówczas zmienność nominalna obliczana jest ze wzoru:

$$M_{t,SP} = M_0 e^{k_1 t} \quad (15)$$

zaś w skali procentowej zgodnie ze wzorem:

$$\pi = 100e^{k_1 t} \quad (16)$$

Analogicznie jest w przypadku stałej stopy inflacji U i obliczania wielkości $M_{t,U}$, gdzie $M_{t,U}$ są to wartości miary zjawiska, którego zmienność w kolejnych okresach jest zależna tylko od wpływu inflacji w tych okresach.

Jeżeli $SP > U$, czyli $S > 0$, to krzywe $M_{t,SP}$, $M_{t,U}$, $\pi_{t,SP}$ i $\pi_{t,U}$ przybierają kształty, takie jak krzywe na wyk. 1, a krzywa $M_{t,S}$ lub $\pi_{t,S}$ wartości realnej znajduje się między nimi (gdzie $M_{t,SP}$ są to wartości miary zjawiska, którego zmienność w kolejnych okresach jest zależna tylko od wzrostu lub spadku SP w tych okresach). Natomiast $M_{t,S}$ są to wartości miary zjawiska, którego zmienność w kolejnych okresach jest zależna od wzrostu lub spadku S w tych okresach. Analogicznie $\pi_{t,U}$, $\pi_{t,SP}$ i $\pi_{t,S}$ są to indeksy zmian w skali procentowej, gdy $M_{Ai} = 100$.

Gdy SP i U są dodatnie i $SP > U$, wówczas $M_{t,SP} > M_{t,S} > M_{t,U}$. Przy stałych SP i U szereg M_t jest rozwojowy, wartość M_t wzrasta z rosnącą szybkością, ale z niższą dynamiką niż $M_{t,SP}$. W sytuacji gdy $U < 0$ i $SP > 0$, wówczas mają miejsce procesy, w których wartość M_t realnej jest większa od M_t nominalnej.

Gdy SP i U są stałe oraz mniejsze od zera, wówczas mają miejsce silne spadki M_t opisujące się równaniem $M_t = M_0 e^{-k_1 t}$. Są tutaj możliwe różne warianty szeregów czasowych M_t , zależnie od tego, czy $-SP > -U$ czy też jest odwrotnie.

W przypadku gdy $S = SP$, bo $U = 0$, wówczas krzywa M_t realna pokrywa się z krzywą π_t lub pokrywa się z krzywą SP . W sytuacji gdy SP jest dodatnie, a U ujemne (deflacja) to krzywa realna biegnie powyżej krzywej SP . Natomiast jeśli $SP < 0$ a $U > 0$, wówczas krzywa realna opadałaby. Krzywa realna będzie przebiegać poniżej krzywej U także gdy $0 < SP < U$.

W rezultacie ocenia się realnie cały ciąg wartości M_t , a nie wartość pojedynczą. Miarą realnej sprawności ekonomicznej nie jest stopa procentowa, a różnica S (1). Jednak S nie może być uznana za wskaźnik dynamiki procesu. W przypadkach równych SP i U , M_t realna = M_t nominalnej, czyli występuje stagnacja. Gdy $U > SP$, wówczas mnożnik staje się mniejszy od 1 i realna wartość M_t maleje. Pozytywnie oceniana działalność ekonomiczna powinna polegać na dążeniu, by SP była zawsze wyższa od U . Dotyczy to wszelkich operacji finansowych i gospodarczych.

Stopy SP i U ulegają jednak zmianom. Zachodzi zatem potrzeba segmentacji krzywych M_t do okresów, w których SP i U są w miarę stałe. Może to dotyczyć okresów kwartalnych lub nawet znacznie krótszych, czyli miesięcznych. Sytuacje takie mogą być związane ze zwiększeniem lub zmniejszeniem przez Radę Polityki Pieniężnej wartości stóp redyskontowych, które winny być wyższe od określonych stóp inflacji.

Przeliczanie np. PKB_n (nominalnego) na PKB_r (realny) winno się odbywać w przypadku stałych wartości SP i U według wzoru:

$$PKB_r = PKB_n \left(1 + \frac{SP - U}{100} \right) \quad (17)$$

natomiast w przypadkach zmienności SP i U w danym okresie konieczne staje się obliczanie sumarycznego $PKB_{r,s}$ według wzoru:

$$PKB_{r,s} = \sum_{i=1}^n PKB_{n,i} \left(1 + \frac{SP_i - U_i}{100} \right) \quad (18)$$

gdzie i numeruje kolejne $PKB_{r,s}$ w określonych przedziałach.

PROPOZYCJA METODY OBLICZANIA STOPY PROCENTOWEJ MIERNIKÓW DLA PRZEDZIAŁU CZASOWEGO Z UWZGLĘDNIENIEM ZMIENNOŚCI STÓP WZROSTU W ODPOWIEDNICH PODOKRESACH

Do opisanego dróg i szybkości przebiegu procesów wykorzystano proste deterministyczne funkcje opisowe. Funkcje te zastosowano do opisu procesów wyrażonych poprzez dane skumulowane. Otrzymane w ten sposób krzywe zobrazowano na wykry. 2. Krzywym przypisano własne, bardzo przydatne symbole,

odrzucając zdecydowanie nazywanie ich wklęsłymi lub wypukłymi względem początku układu współrzędnych.

Stopa procentowa jest wyrażana w procentach, choć z kinetycznego punktu widzenia winna ona być traktowana jako średnia szybkość przyrostu $M_t - M_{t-1}$ o wymiarze $[\% \cdot t^{-1}]$. Stopa procentowa nie pokazuje zmian szybkości, czyli nie uwidacznia intensywności zmian procesu i dlatego słabo nadaje się do porównań dynamiki biegu procesów.

Na wyk. 2 przedstawiono przebieg i symbolikę krzywych najczęściej spotykanych w ekonomii. Na osi y umieszczono symbol M_t — wartość miary badanego zjawiska, a na osi x czas t . Krzywe typu aw cechują się wzrostem M_t z narastającą szybkością, są to więc procesy rozwojowe. Krzywe typu dw cechują się wzrostem M_t z malejącą szybkością, są to procesy o gasnącej szybkości wzrostu i tym samym gasnącej dynamice. Krzywe as cechują się spadkiem M_t z narastającą szybkością, natomiast krzywe ds przy spadku M_t mają szybkość malejącą.

Proste $0w$ i $0s$ dotyczą wzrostów lub spadków M_t ze stałą szybkością. Przebieg procesów ekonomicznych, które można opisać za pomocą prostych $0w$ i $0s$ w praktyce spotykamy bardzo rzadko.

Podane na wykresie krzywe można nazwać drogami przebiegu procesów. Przyjęta definicja dynamiki dotyczy w rezultacie zmian szybkości na ściśle

określonej drodze biegu procesu. W ten sposób dynamika wzrostu M_t układa się w następującej zależności: $aw > 0w > dw$. Krzywa aw ma największą dynamikę, ponieważ wartości miar rosną z narastającą szybkością, dla prostej $0w$ z szybkością stałą, a dla krzywej dw z szybkością malejącą, przy spadku M_t : $as > 0s > ds$. Podobnie krzywa as cechuje się najwyższą dynamiką spadku wartości miar, ponieważ następuje to z rosnącą szybkością, prosta $0s$ ma stałą szybkość spadku, a ds ma szybkość malejącą. Paradoksalnie, w początkowej fazie przebiegu procesy o najniższej dynamice cechują się najwyższymi szybkościami, a o najwyższej dynamice — szybkościami najniższymi¹.

Szybkość tych procesów opisuje równanie szybkości $V(M)$ wykorzystywane w kinetyce, o postaci:

$$V(M) = k_n \cdot M_t^n = \frac{dM_t}{dt} \quad (19)$$

$$k_n > 0 \quad n \geq 0$$

gdzie:

k_n — stała szybkość o wymiarze $[t^{-1}]$,

n — rząd funkcji.

Tutaj rzędem funkcji nazywa się wykładnik potęgowy przy wartości miary, czyli M_t^n . Takie rozumienie rzędu funkcji przyjęte jest w kinetyce, szczególnie tam, gdzie ten rząd decyduje o przebiegu procesu opisywanego przez tę krzywą.

Krzywe typu aw można podzielić na 3 grupy. W grupie pierwszej występują krzywe opisujące procesy, których szybkość $V(M)$ i przyspieszenie $A(M)$ narastają w czasie. Przyspieszenie obliczamy ze wzoru: $A(M) = n \cdot k_n \cdot M_t^{n-1}$. Cechą charakterystyczną tych krzywych jest występowanie krótszych lub dłuższych okresów indukcji. Okresy te są tym dłuższe, im n w kinetycznym równaniu szybkości jest wyższe, co oznacza, że proces jest bardziej dynamiczny. Jest paradoksem, że im proces jest bardziej dynamiczny, tym wolniej biegnie on w fazie początkowej. Procesy takie spotyka się w ekonomii i opisuje za pomocą krzywych aw , gdzie $n > 1$. Do grupy drugiej należą krzywe o $n = 1$, cechujące się narastaniem $V(M)$, przy stałym przyspieszeniu $A(M) = \text{constans}$. W grupie trzeciej występują krzywe aw o $0 < n < 1$, o $V(M)$ rosnącym w czasie i $A(M)$ malejącym. Wszystkie te krzywe różnią się w efekcie wartością rzędu n . Dlatego przyjęto w opracowaniu zapis, np. $n = 1aw$, co oznacza, że dla krzywej typu aw rząd funkcji $n = 1$. Gdy $n = 0,8$ aw , opisuje krzywą aw charakteryzującą się rosnącą szybkością i $n = 0,8$, czyli malejącym przyspieszeniem.

¹ Szerzej na temat oceny dynamiki procesów oraz zastosowania funkcji opisowych do ich analizy w swoich pracach pisali: E. B. Sieńko (2008); B. Sieńko, K. Stokłosa (2006); K. Stokłosa (2006).

W praktyce gospodarczej stopy procentowe, interpretowane jako tempo zmian zjawiska, oblicza się najczęściej w okresach rocznych, kwartalnych i miesięcznych z danych uzyskanych z czasowych szeregów skokowych. Przykładem jest tu tak obliczana wartość PKB, PNB czy PNN. W skali mikroekonomicznej są to dane w sprawozdaniach finansowych, takie jak: przychody ze sprzedaży, koszty uzyskania przychodów, różne kategorie wyników, nakłady inwestycyjne i inne. Do obliczenia SP bierze się dwie skrajne wartości (dwa punkty), wskutek czego nie uwzględnia się przebiegu zmian wartości M_t w trakcie okresu, które mogą przybierać postać różnego typu krzywych, jak na wyk. 2.

W ocenie dynamiki, czyli kierunku, intensywności i tempa zmian badanego procesu, dane skokowe mają jedynie wstępną wartość informacyjną. Dopiero dane skumulowane w dłuższych okresach — wieloletnie — pozwalają na ustalenie biegu procesu i przyspieszenia, które jest podstawą określenia dynamiki. Obliczanie w powiązaniu ze stopą procentową szybkości średniej, zwłaszcza w okresach rocznych: $\bar{V} = \frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{M_1}{1 rok}$, czyli zakładanie zależności liniowej,

nie uzasadnia utożsamiania jej z dynamiką. Dochodzi jeszcze do tego fakt falowej zmienności M_t , np. z kwartału na kwartał. Występowanie takiego zjawiska opisano analizując dynamikę zmian wielkości finansowych w Grupie Kapitałowej Zelmer SA (Sieńko, 2010). Okazuje się, że pojawiające się fale kwartalne przenoszą się także z roku na rok, co uzasadnia kumulowanie danych w okresach wieloletnich. Tylko takie okresy pozwalają na ustalenie mechanizmu procesu i jego przebiegu. Zmienność biegu procesu powinno się także uwzględnić w przeliczaniu wartości nominalnych na realne.

Podane na wyk. 2 krzywe opisuje się zwykle z bardzo wysoką dokładnością prostymi funkcjami, które zastosowano do opisu różnych procesów ekonomicznych w wielu pracach, np. E. Kondratowicz i K. Stokłósy (1994), K. Stokłósy (2004), E. B. Sieńko (2008).

W przypadkach stałych i dodatnich wartości stóp procentowych, zmienność M_t opisuje się z dużą dokładnością równaniem kinetycznym pierwszego rzędu $n = 1$, czyli 1aw. Równanie (19) przekształcamy do postaci: $k_n dt = \frac{dM_t}{M_t^n}$ i całku-

jemy obie strony: $kn \int_{x=0}^{x=t} dx = \int_{M=M_0}^{M=M_t} \frac{dM_t}{M_t^n}$. Otrzymujemy istotne dla prowadzenia analizy równanie pierwszego rzędu (pamiętamy, że $n = 1$):

$$M_t = M_0 e^{k_1 t} \quad \text{oraz} \quad k_1 = \frac{1}{t} \ln \frac{M_t}{M_0} \quad (20)$$

gdzie:

k_1 — stała o wymiarze $[t^{-1}]$,

e — podstawa logarytmów naturalnych.

Pomiędzy dodatnią i stałą stopą procentową a stałą k_1 występuje ścisła zależność:

$$k_1 = \frac{SP}{X} \quad (21)$$

gdzie $X > 100$ i jest to pewna stała empiryczna.

Z funkcji (20) wynika też równanie okresu t_i zwielokrotnienia wartości miary M_t o stały, dowolnie obrany, stopień zwielokrotnienia $\gamma > 1$ w i -tym, dowolnie dobranym etapie zwielokrotnienia, który dla $n = 1$ wynosi:

$$t_i = t_1 \cdot \gamma^{-n \cdot i + i - 1} = t_1 \cdot \gamma^{-1} = \text{constans} \quad (22)$$

Wartość M_t przy stałym stopie procentowej ($SP = \text{constans}$) mnoży się przez odpowiednią stałą wartość okresową. W tabl. 1 przedstawiono te wartości dla stałej stopy procentowej w okresie kwartalnym i rocznym. Przyjęto, że początkowa wartość $M_0 = 100\%$ dla $t = 0$. Jest to wartość miary w roku bazowym. Roczna $SP = 5\%$ i jest stała. Wartość M_t obliczono z wzoru (20) dla poszczególnych lat. Gdy $SP = 5\%$, to po pierwszym roku $M_1 = 105\%$. Można obliczyć, że $k_1 = \frac{1}{1} \ln \frac{105}{100} = 0,048790164$. Wówczas równanie (20) przyjmuje postać:

$$M_t = 100e^{0,048790164t} \quad (23)$$

**TABL. 1. PRZYKŁAD ZMIENNOŚCI M_t
ORAZ KWARTALNE I ROCZNE STOPY PROCENTOWE**

t w latach	M_t	SP kwartalna	SP roczna
0	100,00	—	—
0,25	101,2272234	1,23	—
0,5	102,4695077	1,23	—
0,75	103,7270375	1,23	—
1	105,00	1,23	0,5
2	110,25	—	0,5

Źródło: opracowanie własne.

W szeregu czasowym M_t działa prawo mnożnika D — deflatora, zgodnie z równaniem (9), w którym przyjmujemy, że $U_A = 100$, a U_B jest stopą procentową. Wówczas:

$$D = 1 + \frac{SP}{100} \quad (24)$$

Deflator D działa w powiązaniu ze stopami procentowymi, w tym przypadku kwartalnymi i rocznymi. Podstawą ustalenia deflatora jest równanie (9). W okresach kwartalnych deflator D jest równy stosunkowi wartości M_t z danego okresu do wartości z poprzedniego okresu, czyli M_{t-1} . W omówionym przykładzie $D = 1,012272234$ lub inaczej $\frac{1,2272234}{100} + 1$. Analogicznie, deflator w przypadku stopy rocznej wynosi $D = 1,05$, czyli $\frac{0,5}{100} + 1$.

Podsumowując powyższe rozważania należy stwierdzić, że przy stałej stopie procentowej równanie M_t przyjmuje postać:

$$M_t = M_A \left(1 + \frac{SP}{100} \right) \quad (25)$$

gdzie M_A — wartość końcowa z okresu bazowego.

Relację M_t do M_A można wyrazić w procentach π , przyjmując że:

$$\pi = \frac{M_t \cdot 100}{M_A} \quad (26)$$

stąd ze wzoru (10) otrzymujemy, że:

$$\pi_{SP} = 100 \left(1 + \frac{SP}{100} \right) \quad (27)$$

We wzorach (19) i (20), gdy $n = 1aw$, wówczas n odzwierciedla wszystkie wpływy na bieg procesu, a więc również wpływ inflacji. Natomiast stopa procentowa może być wykorzystywana przy przeliczaniu wartości nominalnej M_t na realną M_r , pod warunkiem że w badanym okresie (miesiącu, kwartale czy roku) ta stopa była stała.

Gdy wartości SP są dodatnie i stale rosną, wówczas proces wzrostów M_t jest „przeznaczony” typu aw i w stosunkowo niedługim czasie musi nastąpić załamanie. Gdy SP są stałe i dodatnie, wówczas wzrosty M_t są też typu aw i otrzymywane szeregi opisuje się równaniem (20). Gdy SP są dodatnie i maleją, wówczas wzrosty M_t są także typu aw , ale cechują się mniejszą dynamiką wzrostu niż poprzednie. Gdy $SP = 0$, wtedy ma miejsce stagnacja, a nawet spadek realnej M_r , przy występowaniu inflacji. Ujemne wartości SP świadczą o spadkach wartości M_r , które mogą mieć postaci krzywych ds , $0s$ lub as z wykr. 2, w tym o $n = 1ds$, gdy $S = constans$.

W tabl. 2 podano zmienność M_t , przy $M_0 = 100$ zł i stałych $SP = 5\%$, t podano w latach.

**TABL. 2. ZMIENNOŚĆ M_t
PRZY STAŁEJ ROCZNEJ $SP=5\%$ ($t = 0$ — rok bazowy)**

t w latach	M_t w zł	SP w %
0	100,0	x
1	105,0	5
2	110,25	5
3	115,7625	5
4	121,550625	5
5	127,6281563	5
15	207,8928174	x

Źródło: opracowanie własne.

Szereg M_t z tabl. 2 opisuje się dokładnie równaniem (20), w którym $k_1 = 0,048790164$, czyli:

$$M_t = M_0 e^{k_1 \times t} = 100 e^{0,048790164 \times t}$$

Z równania (21) wartość X wynosi: $X = \frac{SP}{k_1} = 102,4796719$.

Okres podwajania wartości M_t wynikający ze wzoru (20) wynosi:

$$t_2 = \frac{\ln 2}{k_1} = \frac{0,693}{0,048790164} = 14,20669913 \text{ lat}$$

W tabl. 2 każda kolejna wartość M_t , począwszy od M_0 , była mnożona przez 1,05. Wartość ta bierze się z sumowania $1 + \frac{SP}{100}$, czyli $1 + \frac{5}{100}$ bądź z dzielenia wartości M_t przez M_{t-1} .

PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA PROPONOWANEJ METODY DO ANALIZY ZMIAN DYNAMIKI WZROSTU ŚREDNICH WYNAGRODZEŃ W SEKTORZE PRZEDSIĘBIORSTW

Istotną kwestią dla gospodarki i informacją dla pracowników jest określenie dynamiki zmian przeciętnego wynagrodzenia w sektorze przedsiębiorstw zarówno w wartościach nominalnych, jak i realnych w Polsce, tak by znaleźć odpowiedź na pytanie, jak zmieniają się wynagrodzenia i jaki wpływ na te zmiany ma inflacja.

W tabl. 3 przedstawiono dane dotyczące przeciętnego wynagrodzenia w sektorze przedsiębiorstw w wartościach nominalnych i realnych. Wartości realne uzyskano wykorzystując do obliczeń wzór (11).

TABL. 3. POZIOM I DYNAMIKA PRZECIĘTNEGO MIESIĘCZNEGO WYNAGRODZENIA (nominalnego i realnego) W SEKTORZE PRZEDSIĘBIORSTW ORAZ WSKAŹNIKI CEN TOWARÓW I USŁUG KONSUMPCYJNYCH

<i>t</i> w miesiącach	Wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych U_t (miesiąc do miesiąca) w zł	Przeciętne miesięczne wynagrodzenie nominalne w sektorze przedsiębiorstw w zł	Wskaźniki dynamiki — tempo zmian SP_t	$S = SP_t + -U_t/100$	Przeciętne miesięczne wynagrodzenie realne w sektorze przedsiębiorstw w zł	Wskaźniki dynamiki — tempo zmian SP_t
2009 XII	0,0	3652,40			3652,40	
2010 I	0,5	3231,13	-11,53	-0,1203	3213,02	-12,30
II	0,2	3288,29	1,77	0,0157	3281,85	2,14
III	0,3	3493,42	6,24	0,0594	3483,61	6,15
IV	0,4	3398,67	-2,71	-0,0311	3384,77	-2,84
V	0,3	3346,61	-1,53	-0,0183	3336,47	-1,45
VI	0,3	3403,65	1,70	0,0140	3393,46	1,71
VII	-0,2	3433,32	0,87	0,0107	3440,07	1,37
VIII	-0,4	3407,26	-0,76	-0,0036	3420,96	-0,56
IX	0,6	3403,68	-1,10	-0,0071	3383,07	-1,11
X	0,5	3525,67	3,58	0,0308	3508,51	3,71
XI	0,1	3847,91	9,14	0,0904	3844,39	9,57
XII	0,2	3391,59	-12,12	-0,1252	3366,15	-12,44

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych zamieszczonych na stronie internetowej Urzędu Statystycznego w Rzeszowie.

Z danych w tabl. 3 wynika, że zarówno nominalne, jak i realne przeciętne wynagrodzenie w sektorze przedsiębiorstw wahało się w badanym okresie. Najwyższy poziom osiągnęło ono w wartościach nominalnych w listopadzie 2010 r. (3847,91 zł), a najniższy w styczniu 2010 r. (3231,13 zł), również w wartościach realnych najwyższe było w listopadzie 2010 r. (3844,39 zł), a najniższe w styczniu 2010 r. (3213,02 zł).

Analizując miesięczne tempo zmian możemy powiedzieć, że w obydwu procesach występowały podobne wahania — od spadków o ponad 12% do wzrostów o ponad 9%. Trudno na podstawie danych skokowych określić charakter procesu i stwierdzić jednoznacznie, czy jest to dynamika rosnąca.

Wykorzystując metodę analizy z wykorzystaniem funkcji opisowych i kinetycznych wskaźników dynamiki ustalono przebieg badanych procesów i wartość szybkości chwilowej $\hat{V}_t$ oraz przyspieszenia chwilowego $\hat{A}_t$. Wzór (20) jest rozwiązaniem w przypadku równań typu aw dla $n=1$, gdy przyspieszenie, czyli $A(M)=constans$. W przypadku analizowanych procesów mamy do czynienia z równaniami typu aw, dla których $0 < n < 1$, dlatego wartość teoretyczną $\hat{M}_t$ uzyskano stosując wzór: $\hat{M}_t = [M_0^{1-n} + k_n(1-n) \cdot t]^{\frac{1}{1-n}}$ oraz $k_n = \frac{1}{(1-n) \cdot t} [M_t^{n-1} - M_0^{n-1}]$, wówczas $A(M)$, czyli przyspieszenia chwilowe $\hat{A}_t$ maleją w czasie.

Wyniki obliczeń znajdują się w tabl. 4 dla przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia nominalnego w sektorze przedsiębiorstw oraz w tabl. 5 dla tego wynagrodzenia wyrażonego w wartości realnej.

Przeciętne miesięczne wynagrodzenia w sektorze przedsiębiorstw w wartościach nominalnych rosły w okresie od grudnia 2009 r. do grudnia 2010 r. zgodnie z krzywą o rządzie $n = 0,04$ aw, gdzie $k_n = 2306,373$. Uzyskano opis bardzo wysokiej dokładności o $e_m = 0,3\%$. Otrzymano wzory:

$$\hat{M}_t = [3652,4^{0,96} + 2306,373 \cdot 0,96 \cdot t]^{1,0416(6)}$$

$$\hat{V}_t = 2306,373 \cdot \hat{M}_t^{0,04}$$

$$\hat{A}_t = 2306,373 \cdot 0,04 \cdot 3202,08 \cdot \hat{M}_t^{-0,96}$$

Uzyskane wyniki pokazują, że proces był słabo rozwojowy o $n = 0,04$ aw. Szybkość procesu rosła, ale w niewielkim stopniu, do 110,5% między grudniem 2009 r. a grudniem 2010 r., natomiast przyspieszenie chwilowe cały czas malało — do 9,01% (licząc grudzień 2009 r. do grudnia 2010 r.).

TABL. 4. SKOKOWE I SKUMULOWANE NOMINALNE PRZECIĘTNE MIESIĘCZNE WYNAGRODZENIA W SEKTORZE PRZEDSIĘBIORSTW ORAZ SZYBKOŚĆ I PRZYSPIESZENIA CHWILOWE

t w miesiącach	J_t — przeciętne miesięczne wynagrodzenie nominalne w sektorze przedsiębiorstw — skokowe	M_t — przeciętne miesięczne wynagrodzenie nominalne w sektorze przedsiębiorstw — skumulowane	$\hat{M}_t$	e_m	$\hat{V}_t$ — szybkość chwilowa	$\hat{A}_t$ — przyspieszenie chwilowe
	w zł					
2009 XII	3652,40	3652,40	3652,40	0,0	3202,08	112,30
2010 I	3231,13	6883,53	6899,74	0,2	3284,60	60,97
II	3288,29	10171,83	10211,85	0,3	3336,52	41,85
III	3493,42	13665,24	13568,27	0,7	3374,66	31,86
IV	3398,67	17063,91	16958,47	0,6	3404,90	25,72
V	3346,61	20410,52	20376,26	0,2	3430,00	21,56
VI	3403,65	23814,17	23817,37	0,01	3451,47	18,56
VII	3433,32	27247,49	27278,44	0,1	3470,26	16,29
VIII	3407,26	30654,75	30757,20	0,3	3486,96	14,52
IX	3403,68	34058,43	34251,81	0,5	3502,00	13,10
X	3525,67	37584,10	37760,76	0,4	3515,69	11,93
XI	3847,91	41432,01	41282,82	0,4	3528,25	10,95
XII	3391,59	44823,60	44816,95	0,01	3539,86	10,12

U w a g a. Obliczając wartości teoretyczne przeciętnego miesięcznego wynagrodzenia przyjęto $t = 0, 1, 2, \dots, 12$.

Ź r ó d ł o: obliczenia własne na podstawie danych z tabl. 3.

Przeciętne miesięczne wynagrodzenia w sektorze przedsiębiorstw w wartości realnej rosły w okresie od grudnia 2009 r. do grudnia 2010 r. zgodnie z krzywą

o rzędzie $n = 0,0418$ aw, gdzie $k_n = 2259,814$. Uzyskano opis bardzo wysokiej dokładności o $e_m = 0,27\%$. Uzyskano wzory:

$$\hat{M}_t = [3652,4^{0,9582} + 2259,814 \cdot 0,9582 \cdot t]^{1,0436}$$

$$\hat{V}_t = 2259,814 \cdot \hat{M}_t^{0,0418}$$

$$\hat{A}_t = 2259,814 \cdot 0,0418 \cdot 3184,11 \cdot \hat{M}_t^{-0,9582}$$

Otrzymane wyniki pokazują, że proces był słabo rozwojowy o $n = 0,0418$ aw. Szybkość procesu rosła, ale w niewielkim stopniu — do 111,03% między grudniem 2009 r. a grudniem 2010 r. Natomiast przyspieszenie chwilowe w tym samym okresie cały czas malało — do 9,08%.

TABL. 5. SKOKOWE I SKUMULOWANE REALNE PRZECIĘTNE MIESIĘCZNE WYNAGRODZENIA W POLSCE W SEKTORZE PRZEDSIĘBIORSTW ORAZ SZYBKOŚĆ I PRZYSPIESZENIA CHWILOWE

t w miesiącach	J_t — przeciętne miesięczne wynagrodzenie realne w sektorze przedsiębiorstw — skokowe	M_t — przeciętne miesięczne wynagrodzenie realne w sektorze przedsiębiorstw — skumulo- wane	$\hat{M}_t$	e_m	$\hat{V}_t$ — szybkość chwilowa	$\hat{A}_t$ — przyspieszenie chwilowe
	w zł					
2009 XII	3652,40	3652,40	3652,40	0,0	3184,11	116,03
2010 I	3213,02	6865,42	6881,99	0,2	3269,56	63,23
II	3281,85	10147,27	10179,14	0,3	3323,49	43,45
III	3483,61	13630,88	13522,87	0,7	3363,19	33,10
IV	3384,77	17015,65	16901,57	0,6	3394,69	26,73
V	3336,47	20352,12	20308,90	0,2	3420,85	22,42
VI	3393,46	23745,58	23740,40	0,0	3443,25	19,31
VII	3440,07	27185,65	27192,81	0,0	3462,84	16,94
VIII	3420,96	30606,61	30663,69	0,2	3480,27	15,11
IX	3383,07	33989,68	34151,09	0,5	3495,98	13,62
X	3508,51	37498,19	37653,45	0,4	3510,28	12,41
XI	3844,39	41342,58	41169,50	0,4	3523,40	11,39
XII	3366,75	44709,33	44898,16	0,0	3535,53	10,53

U w a g a. Jak przy tabl. 4.

Ź r ó d ł o: obliczenia własne na podstawie danych z tabl. 3.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że w badanym okresie średnie przeciętne wynagrodzenie w sektorze przedsiębiorstw, zarówno nominalne jak i realne, zwiększało się z rosnącą szybkością. Proces ten miał charakter rozwojowy. Jednak szybkość chwilowa w procesie realnym rosła o 0,53% szybciej niż w procesie nominalnym. Można stwierdzić, że realne przeciętne wynagrodzenie rosło nieznacznie szybciej niż nominalne. Analizowane procesy są bardzo podobne w przebiegu. W obu tych procesach przyspieszenie malało i osiągnęło w grudniu 2010 r. ok. 9% wartości początkowej, czyli z grudnia 2009 r.

Dzięki zastosowaniu metody oznaczania dynamiki kinetycznej z wykorzystaniem funkcji opisowych i wartości szybkości oraz przyspieszenia chwilowego, możliwa była bardzo dokładna analiza i odpowiedź na pytania: jaki charakter ma proces wzrostu przeciętnego wynagrodzenia oraz jak na ten proces oddziałuje występująca w tym okresie inflacja. Takie wnioski nie były możliwe przy wykorzystaniu tradycyjnych metod analizy dynamiki i tempa wzrostu.

Zakończenie

Ze względu na dużą zmienność procesów gospodarczych, do ich oceny i opisu potrzebne są coraz dokładniejsze narzędzia. Jak wynika z naszych rozważań, dobrze nadają się do tego funkcje kinetyczne, w których uwzględnia się wszystkie wpływy. W ten sposób porównanie dynamiki, tempa i intensywności zmian następuje z wykorzystaniem rzędów w opisanych funkcjach i mierników im odpowiadających. Każdy okres może być opisany z dużą dokładnością funkcjami kinetycznymi, a wynikające z nich parametry, rzędy n i stałe k_n nadają się bardzo dobrze do porównań sprawności działania. Pokazują dynamikę biegu procesów w dowolnie dobranych okresach.

W przypadku większości procesów i ich efektów ekonomicznych uzyskiwanych w czasie t , wartości SP_t i U_t ulegają częstym zmianom. Dotyczy to m.in. zmienności PKB, PNB, PNN, DO (dochody osobiste), DOD (dochody osobiste do dyspozycji), efektów osiąganych przez gminy i przedsiębiorstwa itd. Także efekty uzyskiwane w globalnej gospodarce charakteryzują się częstymi zmianami wartości SP_t i U_t w czasie. Wartości SP_t mogą być dodatnie lub ujemne, natomiast U_t są zazwyczaj dodatnie, choć zmienne, na skutek globalnej inflacji. W rezultacie pojawiania się zmienności realnej M_t , np. PKB_t itp., skumulowane szeregi czasowe mogą przyjmować różne postaci, jak np. aw , $0w$, dw lub as , $0s$ lub ds (wykr. 2). Szeregi takie można opisywać ilościowo w różny sposób i oceniać odpowiednio dynamikę obserwowanych zmian. Nadają się do tego opisy kinetyczne, głównie ze względu na przyjętą w nich definicję dynamiki.

dr Barbara Sieńko — Politechnika Rzeszowska

LITERATURA

- Jajuga K. (2007), *Elementy nauki o finansach*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa
- Kondratowicz E., Stokłosa K. (1994), *Wybrane zagadnienia kinetyki procesów ekonomicznych*, Wydawnictwo AE, Kraków
- Noga M. (2000), *Makroekonomia*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. O. Langego we Wrocławiu, Wrocław
- Nowak E. (2005), *Analiza sprawozdań finansowych*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa
- Sieńko B., Stokłosa K. (2006), *Strategia i taktyka w ekonomii*, „Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej”, nr 210, „Ekonomia i Nauki Humanistyczne”, z. 13, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów

- Sieńko E. B. (2008), *Strategia i taktyka w zarządzaniu środkami na rozwój podmiotów gospodarczych województwa podkarpackiego w latach 1999—2005*, Wydawnictwo Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów
- Sieńko B. (2010), *Ocena sprawności zarządzania w Grupie Kapitałowej Zelmet SA w latach 2007—2008*, [w:] *Podkarpackie przedsiębiorstwa w okresie integracji Polski z Unią Europejską*, red. K. Kaszuba, wyd. Małopolski Instytut Gospodarczy, Rzeszów
- Sierpińska M., Jachna T. (2004), *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
- Stokłosa K. (2004), *Krytyka współczesnych metod i porównań dynamiki procesów ekonomicznych*, materiały Konferencji Naukowej Politechniki Radomskiej, Radom
- Stokłosa K. (2006), *Krytyka współczesnych metod oceny dynamiki procesów w ekonomii i w zarządzaniu*, [w:] *Nowoczesne zarządzanie. Koncepcje i instrumenty*, red. M. Trockiego, S. Gregorczyka, SGH — Oficyna Wydawnicza, Warszawa

SUMMARY

A global and quickly changing world needs more and more detailed economic information on process changes as well as change rate. The article proposes how to calculate interest rates (a rate index of two time moments) taking into account dynamic changes of appropriate sub-periods. To describe a process change intensity between its beginning and end kinetic descriptive functions are used fixing the speedy, average and momentary acceleration. The discussed method (using nominal growth rate terms) lets to fix and compare the processes in real term. The theoretical study is exemplified by change analysis and estimation of average wages and salaries in enterprise sector in Poland from December 2009 to December 2010.

РЕЗЮМЕ

В глобальном быстро изменяющемся мире растет спрос на все более точные экономические информации касающиеся как изменчивости процессов так и темпов изменений. Статья является предложением исчисления не только процентной ставки, то есть показателя темпов из данных касающихся двух моментов времени, но и учета изменения динамики соответствующих субпериодов. Для характеристики интенсивности изменений процесса между его началом и концом использовались кинетические описательные функции определяя скорость, средние и моментные ускорения. Обсуждаемый метод используя номинальное выражение ставки роста позволяет определить и сравнить эти процессы в действительном выражении. Теоретические рассуждения иллюстрированы примером анализа и оценки изменчивости средних вознаграждений в секторе предприятий в Польше с декабря 2009 г. до декабря 2010 г.